

Claves - Matemáticas I - 1.º Bachillerato

(fichas 1-2)

Dominio de funciones y funciones a trozos

1 · Un compañero da como dominio de $y = \sqrt{x-3}$ la unión $(5, +\infty)$. La raíz exige x mayor o igual que 3; el 3 entra porque $\sqrt{0}=0$ existe; el 5 queda fuera por el denominador. Criterios: La frase debe citar que la frontera de la raíz entra; corchete en 3 y paréntesis en 5.

2 · Para $f(x) = \sqrt{2x-6} + 1/(x-4)$, $y = [3, 4) \cup (4, +\infty)$. $2x-6$ mayor o igual que 0 da x mayor o igual que 3; $x=4$ prohíbe el denominador; se intersecan ambas condiciones. Criterios: Rechazar $[3, +\infty)$ sin quitar el 4; exigir la condición conjunta completa.

3 · Sea $f(x) = x+2$ si $x < 1$ y $f(x) = 3x-1$ si $x \geq 1$. $f(0)=2$ y $f(1)=2$. 0 va a la primera rama: $0+2=2$. El 1 pertenece a la segunda (lleva 'o igual'): $3 \cdot 1 - 1 = 2$. Criterios: $f(1)=3$ por usar la primera rama es error; deben elegir rama antes de calcular.

4 · Sea $f(x) = (x^2-4)/(x-2)$ y $g(x) = x+2$. $D(f) = \text{reales menos } \{2\}$; $D(g) = \text{reales}$; g añade el punto $(2, 4)$. $f(x) = x+2$ solo si x distinto de 2; en $x=2$ la original $0/0$ no existe y la cancelada vale 4. Criterios: Deben dar ambos dominios; rechazar que sean la misma función.

5 · Con la función a trozos de la $y = x+2$. Rama 1: $x+2=5$ da $x=3$, rechazado porque 3 no es menor que 1; rama 2: $3x-1=5$ da $x=2$, válido. Criterios: Rechazar $x=3$; exigir comprobar cada rama en su condición.

6 · Una función vale $2x+2$ si $x < k$ y $x+5$ si $x \geq k$; en $x=k$ vale la segunda rama y $f(3)=8$. Sin salto: $2k+2=k+5$, luego $k=3$; por «o igual», $x=3$ usa la segunda rama: $3+5=8$. Criterios: Debe resolver la condición de continuidad y decidir la frontera con «o igual».

7 · Transferencia: tarifa del reparto $y = C(x) = 20$ si $0 \leq x < 3$ y $C(x) = 20 + 3(x-3)$ si $3 \leq x \leq 10$; dominio $[0, 10]$; $C(2)=20$ € y $C(7)=32$ €. $C(7)=20+3 \cdot 4=32$; el reparto se limita a 0-10 km. Criterios: Rechazar $C(7)=41$; deben dar la fórmula a trozos y el dominio.

Las soluciones se dan exactas o con 3 cifras significativas; se admiten caminos equivalentes.

En logarítmicas el dominio y la sustitución en la original son obligatorios.

Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

1 · Resuelve $2^{x+1} = 8^{x-1}$ con $x=2$. $8^{x-1} = 2^{3(x-1)}$; igualando exponentes: $x+1=3x-3$, luego $x=2$. Comprobación: $2^3=8=8^1$. Criterios: Exigir transformación por potencia común y comprobación en la original; ambas deben aparecer.

2 · Resuelve $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$ con el $y = x=1$ y $x=2$. Con $t=2^x$: $t^2 - 6t + 8 = 0$ da $t=2$ y $t=4$, ambas positivas; $2^x=2$ da $x=1$ y $2^x=4$ da $x=2$. Criterios: Rechazar descartar t positivas; aquí ambas valen; exigir deshacer el cambio.

3 · Resuelve $\log_2(x) + \log_2(x-2) = 3$. $x=4$. $\log_2(x(x-2)) = 3$ da $x^2 - 2x - 8 = 0$: $x=4$ o $x=-2$; dominio $x > 2$: solo 4; en original: $4 \cdot 2 = 8$. Criterios: Rechazar aceptar las dos raíces; debe justificar el descarte por argumento negativo.

4 · Un compañero escribe $y = \log(x) + \log(3) = \log(3x)$, no $\log(x+3)$. Los argumentos deben ser positivos: $x > 0$ y $3 > 0$. La suma de logaritmos corresponde al producto de argumentos. Criterios: Exigir $x > 0$ y producto frente a suma; admitir un contraejemplo válido como justificación.

5 · Al resolver $\log_3(x) + \log_3(x-2) = 2$. Sobrevive 1: $x=1+\sqrt{10} \approx 4,16$. Dominio $x > 2$; $1-\sqrt{10} \approx -2,16$ da argumentos negativos; control: producto $10-1=9$ y $\log_3 9=2$. Criterios: Debe filtrar por el dominio y sustituir en la original.

6 · Un cultivo: 200 bacterias el día t . El día 4. $200 \cdot 1,5^t$ mayor o igual que 1000 con t desde el día 0; $t=3$ da $675 < 1000$ y $t=4$ da $1012,5$ mayor o igual que 1000. Criterios: Rechazar 3,97 como respuesta final; exigir entero y comprobar los dos días vecinos.