

Soluzioni e guida

Matematica · Classe quinta · liceo scientifico

F01 · Continua non significa derivabile

1. Risposta: Il limite sinistro è $2a + 1$; il destro e $f(2)$ valgono 4. Da $2a + 1 = 4$ segue $a = 1,5$.

Criterio: 1 punto: risposta completa e motivata. 0,5 punti: Trova 1,5 senza la condizione. 0 punti: risposta errata o assente.

Errore da osservare: Eguaglia a a 4. Chiedi di calcolare il valore del ramo lineare in 2.

Prova di recupero risolta: Con $mx + 2$ a sinistra di 2 e x^2 a destra: $2m + 2 = 4$, quindi $m = 1$.

2. Risposta: No: la pendenza sinistra è 1,5, la destra è $2 \times 2 = 4$. La funzione è continua, ma le derivate laterali differiscono.

Criterio: 1 punto: risposta completa e motivata. 0,5 punti: Dice no senza confrontare entrambe le pendenze. 0 punti: risposta errata o assente.

Errore da osservare: Deduce derivabilità dalla continuità. Fai confrontare le due derivate.

Prova di recupero risolta: Un raccordo continuo con pendenze 2 e 4 non è derivabile nel punto comune.

3. Risposta: Per $b = 4$ e $c = 0$ il limite sinistro è 8, mentre $g(2)$ e il limite destro valgono 4. Le pendenze uguali non bastano.

Criterio: 1 punto: risposta completa e motivata. 0,5 punti: Indica 8 e 4 senza spiegare il difetto. 0 punti: risposta errata o assente.

Errore da osservare: Controlla solo $b = 4$. Chiedi di sostituire 2 nei due rami.

Prova di recupero risolta: La retta $4x + 1$ tende a 9 in 2: non si raccorda continuamente al valore 4.

4. Risposta: La derivata impone $b = 4$; la continuità impone $2b + c = 4$. Quindi $c = -4$: il ramo è $4x - 4$.

Criterio: 1 punto: risposta completa e motivata. 0,5 punti: Trova solo uno dei due parametri. 0 punti: risposta errata o assente.

Errore da osservare: Mantiene $c = 0$. Fai verificare sia il valore sia la pendenza in 2.

Prova di recupero risolta: Per raccordare una retta a x^2 in 3: $b = 6$, poi $3b + c = 9$, dunque $c = -9$.

Indicazioni per chi corregge

Accetta limiti descritti a parole se valore, condizione e pendenze sono corretti. Le derivate laterali si confrontano dopo la continuità. Chiedi infine di sostituire i parametri nei due rami: il valore comune deve essere 4 e la pendenza comune, in B, deve essere 4.

Percorso: calcola i valori al raccordo → imponi continuità → confronta le derivate → verifica entrambi i parametri.

Massimo 4 punti. 3–4: raggiunto; 2–2,5: consolida; meno di 2: recupera.

Dopo il recupero, chiedi di motivare la correzione senza leggere la soluzione.

Soluzioni e guida

Matematica · Classe quinta · liceo scientifico

F02 · Un massimo va giustificato

1. Risposta: Area $A(x) = 14x - x^2$, in cm^2 , per $0 \leq x \leq 14$. La derivata è $A'(x) = 14 - 2x$.

Criterio: 1 punto: risposta completa e motivata. 0,5 punti: Modello giusto, ma dominio o derivata mancanti. 0 punti: risposta errata o assente.

Errore da osservare: Usa $28 - x$ come lato. Chiedi di dimezzare il perimetro prima del modello.

Prova di recupero risolta: Perimetro 20 cm: lati x e $10 - x$; area $10x - x^2$, dominio da 0 a 10.

2. Risposta: A' si annulla in $x = 7$; è positiva prima e negativa dopo. Ai bordi l'area è 0: il massimo globale è 49 cm^2 , con lati 7 e 7 cm.

Criterio: 1 punto: risposta completa e motivata. 0,5 punti: Trova il quadrato senza giustificare il massimo. 0 punti: risposta errata o assente.

Errore da osservare: Accetta ogni punto stazionario come massimo. Fai controllare segno e bordi.

Prova di recupero risolta: Perimetro 20 cm: derivata $10 - 2x$; massimo in 5, area 25 cm^2 , bordi a zero.

3. Risposta: $B(y) = 12y - y^2$; $B'(y) = 12 - 2y$. Il massimo è in $y = 6$: lati 6 e 6 cm, area 36 cm^2 ; ai bordi l'area è zero.

Criterio: 1 punto: risposta completa e motivata. 0,5 punti: Dà 6 e 36 senza spiegare il nuovo modello. 0 punti: risposta errata o assente.

Errore da osservare: Riusa $x = 7$. Chiedi quale somma debbano avere qui i due lati.

Prova di recupero risolta: Perimetro 16 cm: $B(y) = 8y - y^2$; massimo in 4, lati 4 e 4, area 16 cm^2 .

4. Risposta: Per $y = 7$ l'altro lato è 5 cm: area 35 cm^2 , inferiore di 1 cm^2 al massimo 36. La proposta di Sara è ammissibile, ma non ottimale.

Criterio: 1 punto: risposta completa e motivata. 0,5 punti: Calcola 35 senza il confronto. 0 punti: risposta errata o assente.

Errore da osservare: Chiama impossibile un rettangolo 7 per 5. Fai separare ammissibilità e ottimalità.

Prova di recupero risolta: Con perimetro 20 cm, lati 6 e 4 danno 24 cm^2 , contro 25 del quadrato 5 per 5.

Indicazioni per chi corregge

Non basta rispondere quadrato. Valuta modello, dominio e controllo del massimo. L'inclusione dei bordi serve al confronto, non a chiamare rettangolo una figura degenere.

Percorso: dimezza il perimetro → costruisci l'area → annulla la derivata → controlla segni e bordi → confronta la proposta.

Massimo 4 punti. 3-4: raggiunto; 2-2,5: consolida; meno di 2: recupera.

Dopo il recupero, chiedi di motivare la correzione senza leggere la soluzione.