

Crescer e decrescer

Soluções · ficha 1 de 2

Recorta ou dobra esta página antes de entregar a ficha.

- 1 Isola a potência, usa logaritmos e apresenta a unidade. $N(t)=300 \times 1,2^t$, com t em horas. O instante em que $N(t)=900$, arredondado às centésimas, é ___ horas. Resposta: 6,03 Porquê: $1,2^t=3$; $t=\ln(3)/\ln(1,2)=6,025685\dots$ horas, que se arredonda para 6,03 horas. Formas aceites: 6,03.
- 2 Resolve cada igualdade; associa-a ao instante exato e explica a divisão pelo valor inicial antes de aplicar logaritmos. Pedidos: $500 \times 1,5^t=1000$; $80 \times 1,5^t=240$; $40 \times 1,5^t=200$. Resultados: $\ln(5)/\ln(1,5)$; $\ln(2)/\ln(1,5)$; $\ln(3)/\ln(1,5)$. Resposta: $500 \times 1,5^t=1000 \rightarrow \ln(5)/\ln(1,5)$; $80 \times 1,5^t=240 \rightarrow \ln(3)/\ln(1,5)$; $40 \times 1,5^t=200 \rightarrow \ln(5)/\ln(1,5)$ Porquê: Dividir pelo valor inicial dá $1,5^t=2$, $1,5^t=3$ e $1,5^t=5$. Aplicar $\ln$ e dividir por $\ln(1,5)$ dá, pela mesma ordem, $\ln(2)/\ln(1,5)$, $\ln(3)/\ln(1,5)$ e $\ln(5)/\ln(1,5)$. Os três instantes são positivos. A base é a mesma em todas as equações, pelo que não identifica uma associação única sem resolver.
- 3 Verifica o domínio e, quando possível, resolve em $\mathbb{R}$. Numera os cartões de 1 a 4; escreve os números nas categorias e justifica cada decisão. Cartões: 1. $2^x=-4$ 2. $\ln(x-1)=\ln(5)$ 3. $\ln(x+2)=\ln(x-3)$ 4. $3^x=-1/9$ Resposta: Tem solução real: 2; Não tem solução real: 1, 3, 4 Porquê: 1: $2^x>0$ para todo o real x , logo não pode ser -4 . 2: $x=6$ satisfaz $\ln(x-1)=\ln(5)$ e o domínio $x>1$. 3: o domínio é $x>3$, mas a injetividade do logaritmo exigiria $x+2=x-3$, impossível. 4: $3^x>0$ para todo o real x , logo não pode ser $-1/9$. Só o cartão 2 tem solução real.
- 4 Corrige o cálculo e interpreta o resultado no modelo. $Q(t)=160 \times 0,75^t$. A Ana procura $Q(t)=40$ e escreve $t=\ln(40)/\ln(0,75)$, obtendo um tempo negativo. Resposta: $t=\ln(0,25)/\ln(0,75) \approx 4,82$. Porquê: É necessário dividir primeiro por 160: $0,75^t=40/160=0,25$. Ambos os logaritmos são negativos; o quociente positivo representa cerca de 4,82 unidades de tempo. Aceita-se uma redação equivalente que corrija a afirmação e apresente os cálculos ou a justificação indicados.

Logaritmos: condições e interpretação

Soluções · ficha 2 de 2

Recorta ou dobra esta página antes de entregar a ficha.

- 1 Testa os dois inteiros vizinhos; explica por que o arredondamento comum não serve. $A(t)=200 \times 1,1^t$. Só se observam dias inteiros $t \geq 0$. Qual é o primeiro dia em que $A(t)$ atinge ou ultrapassa 300? Opções: 4; 5; 6. Resposta: 5 Porquê: O limiar contínuo é $\ln(1,5)/\ln(1,1) \approx 4,254$. $A(4)=292,82 < 300$ e $A(5)=322,102 \geq 300$. O dia 4 arredonda por defeito; 6 ignora o primeiro dia válido.
- 2 Transforma a equação numa equação quadrática e verifica o domínio original. Resolve $\ln(x-1)+\ln(x+1)=\ln(15)$. A solução real é _____. Resposta: 4 Porquê: O domínio é $x > 1$. $\ln((x-1)(x+1))=\ln(15)$ dá $x^2-1=15$ e $x=\pm 4$. Apenas $x=4$ satisfaz o domínio. Formas aceites: 4.
- 3 Calcula o fator de uma unidade de tempo antes de interpretar a variação. Numera os cartões de 1 a 4; escreve os números nas categorias e justifica cada decisão. Cartões: 1. $60 \times (1/3)^{-t}$ 2. $60 \times e^{(-0,2)t}$ 3. $60 \times 1,04^t$ 4. $60 \times (5/4)^t$ Resposta: Crescimento: 1, 3, 4; Decrescimento: 2 Porquê: 1: $(1/3)^{-t}=3^t$, fator $3 > 1$. 2: o fator $e^{(-0,2)} < 1$. 3: o fator $1,04 > 1$. 4: o fator $5/4 > 1$. Todos têm valor inicial positivo. Crescimento: 1, 3 e 4; decrescimento: 2.
- 4 Verifica a identidade com um valor admissível e escreve a regra correta. Para $x > 0$, o Luís substitui $\ln(x+3)$ por $\ln(x)+\ln(3)$ e usa essa passagem para resolver $\ln(x+3)=\ln(12)$. Resposta: A regra não se aplica a somas; a solução é $x=9$. Porquê: $\ln(x)+\ln(3)=\ln(3x)$, não $\ln(x+3)$. Para $x=1$ teríamos $\ln(4)$ e $\ln(3)$, distintos. Pela injetividade, $x+3=12$; $x=9$ é admissível. Aceita-se uma redação equivalente que corrija a afirmação e apresente os cálculos ou a justificação indicados.