

## Módulo e quadrante

Soluções · ficha 1 de 2

Recorta ou dobra esta página antes de entregar a ficha.

- Determina o módulo, identifica o quadrante e justifica o argumento. Para  $z = -3 + 3i$ , escreve  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ , com  $0 \leq \theta < 2\pi$ . O valor de  $\theta$  é \_\_\_\_\_. Resposta:  $3\pi/4$  Porque:  $r = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ .  $\operatorname{Re}(z) < 0$  e  $\operatorname{Im}(z) > 0$  colocam  $z$  no segundo quadrante;  $\cos \theta = -\sqrt{2}/2$  e  $\sin \theta = \sqrt{2}/2$ , pelo que  $\theta = 3\pi/4$ . Formas aceites:  $3\pi/4$ ;  $0,75\pi$ .
- Calcula o módulo e os sinais das coordenadas; associa cada complexo à sua representação. Pedidos:  $(1+i)-2$ ;  $(1-i)-2$ ;  $2-(1+i)$ . Resultados:  $\sqrt{2}(\cos(7\pi/4) + i \sin(7\pi/4))$ ;  $\sqrt{2}(\cos(3\pi/4) + i \sin(3\pi/4))$ ;  $\sqrt{2}(\cos(5\pi/4) + i \sin(5\pi/4))$ . Resposta:  $(1+i)-2 \rightarrow \sqrt{2}(\cos(3\pi/4) + i \sin(3\pi/4))$ ;  $(1-i)-2 \rightarrow \sqrt{2}(\cos(5\pi/4) + i \sin(5\pi/4))$ ;  $2-(1+i) \rightarrow \sqrt{2}(\cos(7\pi/4) + i \sin(7\pi/4))$  Porque: As formas algébricas são  $-1+i$ ,  $-1-i$  e  $1-i$ . Todas têm módulo  $\sqrt{2}$ . Os quadrantes fixam os argumentos  $3\pi/4$ ,  $5\pi/4$  e  $7\pi/4$ , respetivamente.
- Em cada cartão, testa módulo e coordenadas para  $z = -\sqrt{3} + i$ . Numera os cartões de 1 a 4; escreve os números nas categorias e justifica cada decisão. Cartões: 1.  $2(\cos(5\pi/6) + i \sin(5\pi/6))$  2.  $2(\cos(-7\pi/6) + i \sin(-7\pi/6))$  3.  $2(\cos(17\pi/6) + i \sin(17\pi/6))$  4.  $\sqrt{2}(\cos(5\pi/6) + i \sin(5\pi/6))$  Resposta: Representa  $z$ : 1, 2, 3; Não representa  $z$ : 4 Porque: Para  $z = -\sqrt{3} + i$ , o módulo é 2 e um argumento é  $5\pi/6$ . No cartão 2,  $-7\pi/6$  difere de  $5\pi/6$  por  $-2\pi$ . No cartão 3,  $17\pi/6$  difere de  $5\pi/6$  por  $2\pi$ . Os cartões 1, 2 e 3 têm módulo 2 e representam  $z$ . O cartão 4 tem módulo  $\sqrt{2}$ , diferente de 2, pelo que não representa  $z$ .
- Corrige o argumento e explica por que o quociente das coordenadas não basta. Para  $z = -4 - 4i$ , a Beatriz usa  $\operatorname{Im}(z)/\operatorname{Re}(z) = 1$  e escolhe  $\theta = \pi/4$ , com  $0 \leq \theta < 2\pi$ . Resposta: O argumento é  $5\pi/4$  e o módulo é  $4\sqrt{2}$ . Porque: A tangente é 1 em dois quadrantes. Ambas as coordenadas negativas exigem o terceiro:  $\theta = \pi + \pi/4$ .  $\pi/4$  representaria  $4 + 4i$ . Aceita-se uma redação equivalente que corrija a afirmação e apresente os cálculos ou a justificação indicados.

## Argumentos e operações

Soluções · ficha 2 de 2

Recorta ou dobra esta página antes de entregar a ficha.

- 1 Calcula as coordenadas cartesianas para justificar a escolha. Um complexo tem módulo 6 e argumento  $2\pi/3$ . Qual é a sua forma algébrica?  
Opções:  $-3-3\sqrt{3}i$ ;  $3+3\sqrt{3}i$ ;  $-3+3\sqrt{3}i$ . Resposta:  $-3+3\sqrt{3}i$  Porque:  $6\cos(2\pi/3)=-3$  e  $6\sin(2\pi/3)=3\sqrt{3}$ . A primeira opção troca o sinal imaginário; a segunda troca o sinal real.
- 2 Usa os módulos e a soma dos argumentos; reduz o ângulo ao intervalo pedido.  $u=2(\cos(5\pi/6)+i\sin(5\pi/6))$  e  $v=3(\cos(3\pi/2)+i\sin(3\pi/2))$ . O argumento de  $uv$  em  $[0; 2\pi[$  é \_\_\_\_\_. Resposta:  $\pi/3$   
Porquê: O módulo de  $uv$  é 6. A soma dos argumentos é  $7\pi/3$ ; retirar  $2\pi$  dá  $\pi/3$ . Formas aceites:  $\pi/3$ ;  $(1/3)\pi$ .
- 3 Considera  $w=\cos(7\pi/4)+i\sin(7\pi/4)$ . Testa cada ângulo por diferença de um múltiplo inteiro de  $2\pi$ . Numera os cartões de 1 a 4; escreve os números nas categorias e justifica cada decisão. Cartões: 1.  $\pi/4$  2.  $-\pi/4$  3.  $-5\pi/4$  4.  $15\pi/4$   
Resposta: É argumento de  $w$ : 2, 4; Não é argumento de  $w$ : 1, 3 Porque: Em relação a  $7\pi/4$ , os ângulos dos cartões 1, 2, 3 e 4 diferem, respetivamente, por  $-3\pi/2$ ,  $-2\pi$ ,  $-3\pi$  e  $2\pi$ . Só as diferenças  $-2\pi$  e  $2\pi$  são múltiplos inteiros de  $2\pi$ . Pertencem à família de argumentos: 2 e 4; não pertencem: 1 e 3.
- 4 Distingue o módulo e o argumento; corrige o que falta na proposta. O Pedro escreve  $0=0(\cos(\pi/2)+i\sin(\pi/2))$  e conclui que o número complexo zero tem argumento único  $\pi/2$ . Resposta: O zero tem módulo zero e não tem argumento definido. Porque: A igualdade vale com qualquer ângulo, porque o fator é zero. Ela não define uma direção nem um argumento único. As regras de argumento exigem um complexo não nulo. Aceita-se uma redação equivalente que corrija a afirmação e apresente os cálculos ou a justificação indicados.