

O universo condicionado

Soluções · ficha 1 de 2

Recorta ou dobra esta página antes de entregar a ficha.

- Organiza uma tabela e identifica o novo universo antes de dividir. Há 80 peças: 30 vieram de A, das quais 9 têm defeito; das restantes, 5 têm defeito. Escolhe-se uma ao acaso. Sabendo que tem defeito, a probabilidade de ter vindo de A, às milésimas, é _____. Resposta: 0,643 Porquê: Há $9+5=14$ peças com defeito. No universo D, 9 vieram de A: $P(A|D)=9/14 \approx 0,643$. $9/30$ responderia a $P(D|A)$. Formas aceites: 0,643.
- Reconstrói a tabela e associa os pedidos aos resultados. Num grupo de 60, 24 usam autocarro (A), 18 comboio (C) e 6 ambos; escolhe-se uma pessoa ao acaso. Pedidos: $P(C|A)$; $P(A|C)$; $P(A|\text{não } C)$. Resultados: $3/7$; $1/4$; $1/3$. Resposta: $P(C|A) \rightarrow 1/4$; $P(A|C) \rightarrow 1/3$; $P(A|\text{não } C) \rightarrow 3/7$ Porquê: $P(C|A)=6/24=1/4$; $P(A|C)=6/18=1/3$. Há 42 fora de C e 18 em A mas fora de C; $P(A|\text{não } C)=18/42=3/7$.
- Usa uma tabela de 100 pessoas: 40 pertencem a A, 25 a B e 10 a ambos. Calcula os dois membros. Numera os cartões de 1 a 4; escreve os números nas categorias e justifica cada decisão. Cartões: 1. $P(B|A)=P(B)$ 2. $P(A|B)=P(A)$ 3. $P(A|B)=P(B|A)$ 4. $P(A \text{ e } B)=P(A) \times P(B)$ Resposta: Igualdade verdadeira: 1, 2, 4; Igualdade falsa: 3 Porquê: 1: $P(B|A)=10/40=0,25=P(B)$. 2: $P(A|B)=10/25=0,4=P(A)$. 3: $0,4 \neq 0,25$, pelo que as condicionadas não são iguais. 4: $P(A \text{ e } B)=0,1=0,4 \times 0,25=P(A) \times P(B)$. Verdadeiras: 1, 2 e 4; falsa: 3.
- Identifica o universo usado por engano e corrige a probabilidade. Em 50 livros, 20 são de ficção (F); 8 desses são usados. Há 10 usados (U) no total. A Leonor diz $P(F|U)=8/20$. Resposta: $P(F|U)=8/10=0,8$. Porquê: A condição U restringe a escolha aos 10 livros usados; 8 são de ficção. $8/20=0,4$ é $P(U|F)$, outra pergunta. Aceita-se uma redação equivalente que corrija a afirmação e apresente os cálculos ou a justificação indicados.

Inversão e independência

Soluções · ficha 2 de 2

Recorta ou dobra esta página antes de entregar a ficha.

- 1 Calcula as contribuições de cada máquina e explica a inversão da condição. A produz 60% das peças, com taxa de defeito de 5%; B produz 40%, com taxa de 10%. Cada peça vem de uma só máquina. Dada uma peça com defeito, qual é $P(B|D)$? Opções: 0,1; 0,4; 4/7. Resposta: 4/7
Porquê: $P(B \text{ e } D)=0,4 \times 0,1=0,04$;
 $P(D)=0,6 \times 0,05+0,04=0,07$. Logo $P(B|D)=4/7$. 0,1 é $P(D|B)$; 0,4 é a proporção sem condição.
- 2 Usa a definição de condicionada e soma contribuições de eventos disjuntos. $P(A)=0,3$, $P(B|A)=0,4$ e $P(B|\text{não } A)=0,1$. A probabilidade $P(B)$ é _____. Resposta: 0,19 Porquê: A e não A são disjuntos e cobrem o espaço.
 $P(B)=0,3 \times 0,4+0,7 \times 0,1=0,12+0,07=0,19$. Formas aceites: 0,19.
- 3 Testa uma igualdade de independência com os dados de cada cartão. Numera os cartões de 1 a 4; escreve os números nas categorias e justifica cada decisão. Cartões: 1. $P(A)=0,2$; $P(B)=0,4$; $P(A \text{ e } B)=0,12$. 2. $P(A)=0,5$; $P(B)=0,2$; $P(A \text{ e } B)=0,1$. 3. $P(A)=0,6$; $P(B)=0,5$; $P(B|A)=0,5$. 4. $P(A)=0,4$; $P(B)=0,3$; A e B disjuntos. Resposta: São independentes: 2, 3; Não são independentes: 1, 4 Porquê: 1: $0,2 \times 0,4=0,08$, diferente de 0,12; não são independentes. 2: $0,5 \times 0,2=0,1$; são independentes. 3: $P(B|A)=P(B)=0,5$ e $P(A)=0,6>0$; são independentes. 4: a interseção é zero e o produto é $0,4 \times 0,3=0,12$; não são independentes. Independentes: 2 e 3; não independentes: 1 e 4.
- 4 Explica a condição em falta e distingue indeterminação de impossibilidade. $P(A)=0$. O Vasco escreve $P(B|A)=P(A \text{ e } B)/P(A)=0/0=0$ e conclui que B não pode ocorrer. Resposta: $P(B|A)$ não está definida pela fórmula elementar quando $P(A)=0$. Porquê: A fórmula requer $P(A)>0$; $0/0$ não é zero. $P(B)$ pode ser positiva, pelo que estes dados não permitem a conclusão do Vasco. Aceita-se uma redação equivalente que corrija a afirmação e apresente os cálculos ou a justificação indicados.