

Ponderar resultados

Soluções · ficha 1 de 2

Recorta ou dobra esta página antes de entregar a ficha.

- 1 Calcula o valor esperado do prémio e desconta o custo. Um jogo paga 0 €, 4 € ou 10 €, com probabilidades 0,5; 0,3; 0,2. Cada participação custa 2 €. O ganho líquido esperado, em euros, é _____. Resposta: 1,2. Porquê:
 $E(\text{prémio}) = 0 \times 0,5 + 4 \times 0,3 + 10 \times 0,2 = 3,2$ €.
 $E(\text{ganho}) = 3,2 - 2 = 1,2$ €. As probabilidades somam 1.
 Formas aceites: 1,2.
- 2 Verifica a soma das probabilidades e calcula a média ponderada; associa ao valor esperado de X. Pedidos: $X = -2$ ou 6, com probabilidades 0,75 e 0,25.; $X = -1$ ou 9, com probabilidades 0,6 e 0,4.; $X = 2$ ou 12, com probabilidades 0,8 e 0,2.. Resultados: 4; 0; 3. Resposta: $X = -2$ ou 6, com probabilidades 0,75 e 0,25. → 0; $X = -1$ ou 9, com probabilidades 0,6 e 0,4. → 3; $X = 2$ ou 12, com probabilidades 0,8 e 0,2. → 4. Porquê: Os valores esperados são $-2 \times 0,75 + 6 \times 0,25 = 0$; $-1 \times 0,6 + 9 \times 0,4 = 3$; $2 \times 0,8 + 12 \times 0,2 = 4$. As três distribuições somam 1.
- 3 Cada cartão descreve prémios e custo. Calcula o ganho líquido esperado antes de classificar. Numera os cartões de 1 a 4; escreve os números nas categorias e justifica cada decisão.
 Cartões: 1. Prémio 8 € com probabilidade 1/4, senão 0 €; custo 1 €. 2. Prémio 5 € com probabilidade 1/5, senão 0 €; custo 2 €. 3. Prémio 6 € com probabilidade 1/2, senão 0 €; custo 2 €. 4. Prémio 9 € com probabilidade 1/3, senão 0 €; custo 2 €. Resposta: Favorável ao jogador: 1, 3, 4; Não favorável ao jogador: 2. Porquê: Os ganhos líquidos esperados dos cartões 1, 2, 3 e 4 são, respetivamente, $8 \times 1/4 - 1 = 1$ €, $5 \times 1/5 - 2 = -1$ €, $6 \times 1/2 - 2 = 1$ € e $9 \times 1/3 - 2 = 1$ €. Favorável significa ganho líquido esperado estritamente positivo. Favoráveis: 1, 3 e 4; não favorável: 2.
- 4 Corrige a média e explica por que as frequências importam. X vale 2, 6 ou 10 com probabilidades 0,6; 0,3; 0,1. A Marta calcula $E(X) = (2 + 6 + 10)/3 = 6$. Resposta: $E(X) = 4$. Porquê: Os resultados não são equiprováveis. A média ponderada é $2 \times 0,6 + 6 \times 0,3 + 10 \times 0,1 = 1,2 + 1,8 + 1 = 4$. Aceita-se uma redação equivalente que corrija a afirmação e apresente os cálculos ou a justificação indicados.

Valor esperado e decisões

Soluções · ficha 2 de 2

Recorta ou dobra esta página antes de entregar a ficha.

- 1 Calcula a esperança e explica o significado do valor que escolheste. X representa o ganho líquido por participação: -2 € com probabilidade $0,7$ e 8 € com probabilidade $0,3$. Qual é $E(X)$, em euros? Opções: 3; 2,4; 1. Resposta: 1 Porquê: $E(X) = -2 \times 0,7 + 8 \times 0,3 = -1,4 + 2,4 = 1$ €. 3 é a média sem ponderação; 2,4 omite as perdas. 1 € é uma média teórica, não um resultado possível de uma única participação.
- 2 Usa a soma das probabilidades para eliminar uma incógnita; depois usa o valor esperado. Um prémio paga 0 €, 5 € ou 15 €, com probabilidades $0,2$; p ; q . Sabendo que $E(\text{prémio}) = 7$ €, o valor de q é _____. Resposta: $0,3$ Porquê: $p + q = 0,8$ e $5p + 15q = 7$. Substituindo $p = 0,8 - q$: $4 + 10q = 7$, logo $q = 0,3$ e $p = 0,5$. Formas aceites: $0,3$; $3/10$; 30% .
- 3 Um prémio é 0 € com probabilidade $0,8$ e 20 € com probabilidade $0,2$; o custo é 3 €. Calcula as esperanças e testa as interpretações. Numera os cartões de 1 a 4; escreve os números nas categorias e justifica cada decisão. Cartões: 1. O ganho líquido esperado é 1 €. 2. Numa participação, pode receber-se um prémio de 4 €. 3. Em 100 participações, o ganho líquido esperado é 200 €. 4. Em 100 participações, o ganho líquido é necessariamente 100 €. Resposta: Afirmação correta: 1; Afirmação incorreta: 2, 3, 4 Porquê: $E(\text{prémio}) = 20 \times 0,2 = 4$ € e $E(\text{ganho}) = 4 - 3 = 1$ €. O cartão 1 é correto. O prémio de uma participação só pode ser 0 € ou 20 €, pelo que o cartão 2 é incorreto. Pela linearidade, o ganho líquido esperado de 100 participações é $100 \times 1 = 100$ €, diferente de 200 €; o cartão 3 é incorreto. O valor esperado não fixa o resultado observado, pelo que o cartão 4 é incorreto.
- 4 Explica o erro, distinguindo resultado observado e média teórica. Ganho líquido esperado: $0,50$ €. A Carolina perde nas primeiras dez participações: «Então a esperança foi mal calculada.» Resposta: Dez perdas não contradizem, por si só, a esperança positiva. Porquê: A esperança pondera todos os resultados possíveis. Uma sequência curta pode ter média negativa; o sinal da esperança não garante lucro numa participação nem em dez. É preciso conhecer a distribuição para conferir o cálculo. Aceita-se uma redação equivalente que corrija a afirmação e apresente os cálculos ou a justificação indicados.