

Coordenadas e conjugado

Soluções · ficha 1 de 2

Recorta ou dobra esta página antes de entregar a ficha.

- 1 Separa as coordenadas, obtém o conjugado e calcula o produto. Para $z = -2 + 5i$, escreve $\text{Re}(z)$, $\text{Im}(z)$ e o conjugado. Depois completa: z vezes o seu conjugado = _____. Resposta: 29 Porquê: $\text{Re}(z) = -2$, $\text{Im}(z) = 5$ e o conjugado é $-2 - 5i$. O produto é $(-2)^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$. Formas aceites: 29.
- 2 Calcula o conjugado e verifica que o produto com o original é real e não negativo. Pedidos: $(1+i)(2+i)$; $(2+i) - (1+4i)$; $(3-i)/(1+i)$. Resultados: $1+2i$; $1-3i$; $1+3i$. Resposta: $(1+i)(2+i) \rightarrow 1-3i$; $(2+i) - (1+4i) \rightarrow 1+3i$; $(3-i)/(1+i) \rightarrow 1+2i$ Porquê: As expressões reduzem-se a $1+3i$, $1-3i$ e $1-2i$. Os conjugados são $1-3i$, $1+3i$ e $1+2i$; os produtos com os originais são 10, 10 e 5.
- 3 Escreve $z = a + bi$, com a e b reais; testa cada afirmação, incluindo os casos $b=0$ ou $a=0$. Numera os cartões de 1 a 4; escreve os números nas categorias e justifica cada decisão. Cartões: 1. z mais o seu conjugado é real. 2. z menos o seu conjugado é sempre um real não nulo. 3. z vezes o seu conjugado é não negativo. 4. Se z é igual ao seu conjugado, então $\text{Im}(z) = 0$. Resposta: Afirmação verdadeira: 1, 3, 4; Afirmação falsa: 2 Porquê: Para $z = a + bi$, a soma com o conjugado é $2a$, real; o cartão 1 é verdadeiro. A diferença é $2bi$, que pode ser zero e é imaginária quando $b \neq 0$; o cartão 2 é falso. O produto é $a^2 + b^2 \geq 0$; o cartão 3 é verdadeiro. Se $a + bi = a - bi$, então $b = 0$ e $\text{Im}(z) = 0$; o cartão 4 é verdadeiro.
- 4 Corrige o coeficiente imaginário e o conjugado; verifica pela soma. Para $z = -7 - 3i$, o Miguel escreve $\text{Im}(z) = -3i$ e conjugado de $z = 7 - 3i$. Resposta: $\text{Im}(z) = -3$; o conjugado é $-7 + 3i$. Porquê: $\text{Im}(z)$ é o número real que multiplica i . A parte real mantém-se e o coeficiente imaginário muda de sinal; z mais o conjugado é -14 , sem parte imaginária. Aceita-se uma redação equivalente que corrija a afirmação e apresente os cálculos ou a justificação indicados.

Conjugados: equações e limites

Soluções · ficha 2 de 2

Recorta ou dobra esta página antes de entregar a ficha.

- 1 Usa a soma e o produto; explica por que os dados podem admitir duas respostas. Um complexo tem soma com o conjugado igual a 6 e produto com o conjugado igual a 25. Que conjunto contém todos os valores possíveis? Opções: $\{3+4i\}$; $\{3+4i; 3-4i\}$; $\{-3+4i; -3-4i\}$. Resposta: $\{3+4i; 3-4i\}$
Porquê: Se $z=a+bi$, então $2a=6$, logo $a=3$. $a^2+b^2=25$ dá $b^2=16$ e $b=\pm 4$. A primeira opção omite uma solução; a terceira troca o sinal da parte real.
- 2 Escreve $z=a+bi$ e compara as partes reais e imaginárias; verifica por substituição. Resolve $z+2$ vezes o conjugado de $z=9-4i$. A parte imaginária de z é _____. Resposta: 4 Porquê: $z+2$ conjugado $(z)=3a-bi$. Assim $3a=9$ e $-b=-4$, pelo que $a=3$ e $b=4$; $z=3+4i$ verifica a equação. Formas aceites: 4.
- 3 Para $z=2-3i$, calcula o conjugado, a soma e o produto antes de testar os cartões. Numera os cartões de 1 a 4; escreve os números nas categorias e justifica cada decisão. Cartões: 1. $\text{Re}(\text{conjugado de } z)=-2$ 2. $\text{Im}(\text{conjugado de } z)=-3$ 3. z vezes o seu conjugado $=13$ 4. z mais o seu conjugado $=-6i$ Resposta: Igualdade verdadeira: 3; Igualdade falsa: 1, 2, 4 Porquê: Para $z=2-3i$, o conjugado é $2+3i$. 1: a parte real é 2, diferente de -2 . 2: a parte imaginária é 3, diferente de -3 . 3: o produto é $4+9=13$. 4: a soma é 4, diferente de $-6i$. Só o cartão 3 é verdadeiro.
- 4 Expõe a condição necessária e dá um contraexemplo explícito. A Joana afirma: «Se z vezes o seu conjugado é real, então z é real.» Resposta: A implicação é falsa; por exemplo, $z=i$ dá produto 1. Porquê: O produto a^2+b^2 é real para qualquer complexo. Isso não impõe $b=0$. Para concluir que z é real, pode testar-se z igual ao seu conjugado, que força $b=0$. Aceita-se uma redação equivalente que corrija a afirmação e apresente os cálculos ou a justificação indicados.